

**CIMP, PHYSIQUE**

**Épreuve 1 de CONTRÔLE CONTINU, en SECTION A**

10 novembre 2006

Durée : 1 h

*Les étudiants sont priés de soigner leur copie, précisément l'orthographe, la grammaire, les schémas, ainsi que la présentation matérielle.*

**A. Questions de cours** (5 points)

On donne, en unités SI, les valeurs suivantes des trois constantes physiques fondamentales  $G$ ,  $c$  et  $h$  :

$$G = 6,672\,59 \times 10^{-11} \quad c = 2,997\,924\,58 \times 10^8 \quad h = 6,626\,068\,76(52) \times 10^{-34}$$

- i)* Rappeler leur définition et préciser les unités SI correspondantes.
- ii)* Ces trois constantes définissent trois grandes théories physiques. Lesquelles ?
- iii)* Quelle est la dimension physique de la quantité de  $(\hbar G/c^3)^{1/2}$ , dans laquelle  $\hbar = h/(2\pi)$  ? Calculer sa valeur en unité SI.

**B. Problème** (15 points)

*Conformément à l'usage typographique international, les vecteurs sont représentés en gras*

**Vitesse de chute des gouttes d'eau dans un nuage**

La mesure de la vitesse de chute  $\mathbf{v}$ , dans l'air (masse volumique  $\rho_a = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ ), des gouttes d'eau (masse volumique  $\rho_e = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) dans un nuage, de hauteur  $L = 10 \text{ m}$ , a donné des valeurs de l'ordre de  $40 \mu\text{m.s}^{-1}$ . On rappelle l'expression de la force de frottement visqueux  $\mathbf{F}_f = -6\pi r\eta\mathbf{v}$ ,  $r$  étant le rayon des gouttes supposées sphériques et  $\eta$  la viscosité de l'eau dans l'air qui vaut  $1,8 \times 10^{-5}$  SI, ainsi que l'expression du champ de pesanteur terrestre  $\mathbf{g} = g\mathbf{e}_x$ , avec  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\mathbf{e}_x$  étant le vecteur unitaire défini par la verticale descendante.

- 1.** a) Établir l'équation aux dimensions de la viscosité.  
En déduire son unité SI.
- b) En mécanique des fluides, on définit "le reynolds" par la grandeur  $Re = \rho_a v L / \eta$ , dans laquelle  $v$  est la norme de  $\mathbf{v}$ . Quelle est la dimension physique de  $Re$  ?  
Calculer la valeur de  $Re$ .
- 2.** On néglige la poussée d'Archimède.
- a) Écrire, sous forme vectorielle, la deuxième loi de Newton appliquée au mouvement de la goutte d'eau par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}$ .
- b) Montrer que l'équation différentielle, à laquelle satisfait la vitesse de la goutte, au cours du mouvement de chute, s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$\dot{v} + \frac{v}{\tau} = a$$

dans laquelle  $\tau$  et  $a$  sont deux grandeurs que l'on exprimera en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $r$  et  $\eta$ .

**T.S.V.P.**

c) Résoudre l'équation différentielle précédente en supposant que l'origine des temps est prise lorsque la vitesse est nulle.

Montrer que la valeur  $v$  de la vitesse tend vers une limite  $v_l$  que l'on exprimera. Calculer  $v_l$  et  $\tau$ , sachant que le diamètre des gouttes d'eau est  $1,2 \mu\text{m}$ .

Cette vitesse limite pourrait être obtenue directement à partir de considérations physiques simples. Justifier.

Comment les gouttes d'eau se répartissent-elles dans le nuage en fonction de leur grosseur ?

d) Tracer soigneusement le graphe  $v(t)$  :  $1 \text{ cm} = 2 \mu\text{s}$  en abscisse et  $1 \text{ cm} = 10 \mu\text{m.s}^{-1}$  en ordonnée ; on précisera la valeur de la pente à l'origine.

**3.** On ne néglige pas la poussée d'Archimède dont on rappelle l'expression vectorielle :

$$\mathbf{F}_A = -m'g \mathbf{e}_x$$

$m'$  étant la masse de l'air occupé par la goutte.

a) Montrer que l'équation différentielle précédente n'est modifiée que par un facteur qui affecte le coefficient  $a$ .

Exprimer ce facteur en fonction des masses volumiques  $\rho_a$  et  $\rho_e$ .

b) En déduire l'expression de la vitesse limite de chute des gouttes d'eau dans le nuage.

c) Quelle erreur relative systématique,  $(v_l - v_{l,A})/v_l$ , fait-on sur la vitesse de chute des gouttes d'eau lorsqu'on néglige la poussée d'Archimède ?